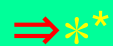




A kvantummechanika a kísérletezők kezében a 2012. évi fizikai Nobel Díj

<http://titan.physx.u-szeged.hu/~benedict/nobel12web.pdf>

Benedict Mihály, SZTE Elméleti Fizikai Tanszék



LIMIT: Light-Matter Interaction Theory Group

Ágazati felkészítés a hazai ELI projekttel összefüggő képzési és K+F feladatokra
TÁMOP-4.1.1.C-12/1/KONV-2012-0005 projekt



MAFIHE Téli Iskola 2014 február 4. Budapest

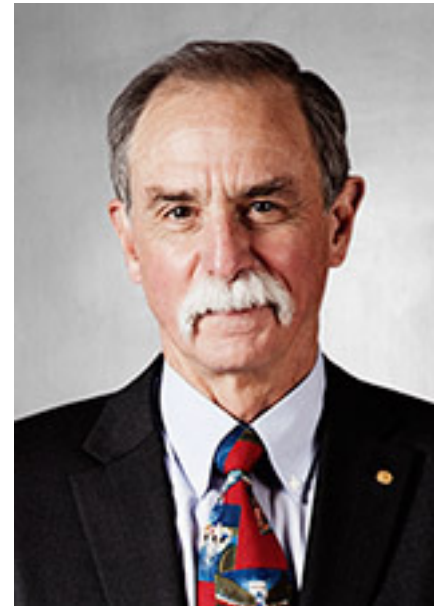


SZÉCHENYI TERV

A 2012-ik évi fizikai Nobel díjat

Serge Haroche francia és David Wineland amerikai
kutatók nyerték el

„egyedi kvantumrendszereken végzett méréseket és
azok manipulációját lehetővé tévő áttörő kísérleti
módszerek megvalósításáért”



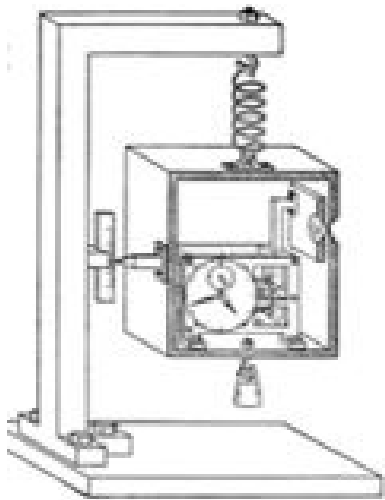
ÁTTEKINTÉS

- Az egyedi kvantumok objektumok problémája
- A félklasszikus Rabi probléma (+ alkalmazás)
- Rabi probléma kvantált mezőben (Jaynes & Cummings)
- S. Haroche csoportjának kísérletei
- D. Wineland csoportjának kísérletei
- Továbbiak

Gondatkísérletek a kvantummechanika kezdeténél

Gamow:
A fizika története

A foton doboz...

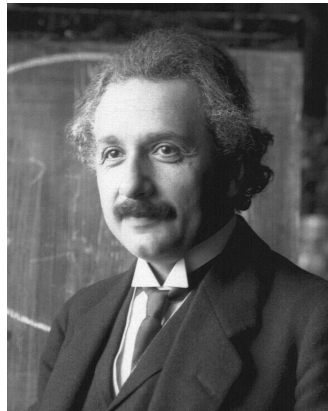


Mi történik, ha kiengedünk
egyetlen foton?

1922



A. Einstein



N. Bohr



1921



1933



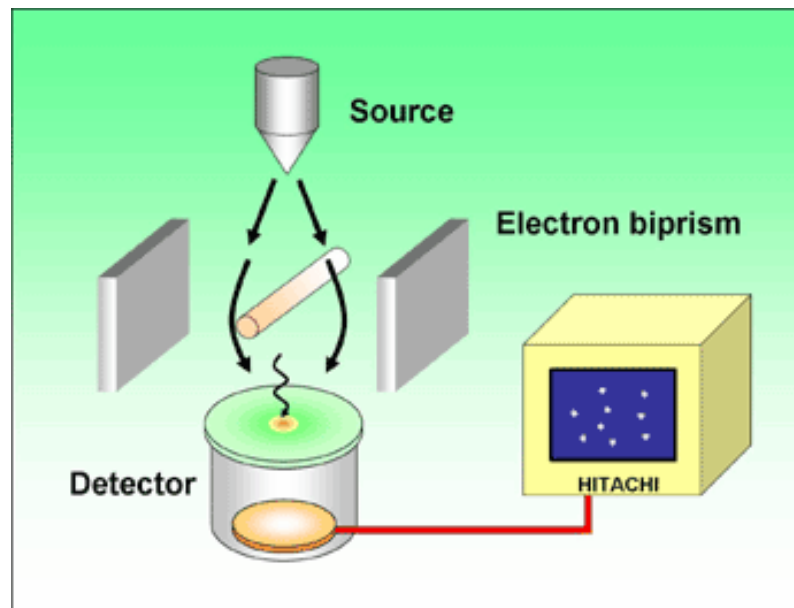
Erwin Schrödinger
1887-1961

„Sohasem végzünk kísérleteket *egyetlen* atommal vagy molekulával. Gondatkísérletekben néha föltesszük ugyan, hogy ez lehetséges, de mindig képtelen következményekhez jutunk.”

E. Schrödinger, 1952.

Hullám és részecsketulajdonság

- Jönsson (1959) majd Tonomura kísérlete



A detektáláskor az objektum, a kvantum (kvanton) mindig részecskeként viselkedik

A kísérlet eredménye az ernyőn

Schrödinger macskája 1935



1933

$$(|\text{cat}\rangle|\uparrow\rangle + |\text{skull}\rangle|\downarrow\rangle)/\sqrt{2}$$

Egy egyszerű de fundamentális probléma

„Egyetlen atomi dipólus és egyetlen adott frekvenciájú fényhullám (módus) kölcsönhatása érdekes elméleti probléma az elektrodinamikában. Ám ez egy irreális probléma, mert a kísérletek soha sem egyetlen atommal vagy egyetlen fényrezgéssel történnek.”

L. Allen, J. Eberly: Optical resonance and two-level atoms, 1975.

Matematikailag pontosan tárgyalható feladat

C) Klasszikus elektromágneses hullámmal

Q) Kvantált mezővel is,

és az eredmény a C és a Q esetben különböző

Így ha ez kísérletileg is vizsgálható lenne,
akkor az dönthetné arról, hogy melyik elmélet a helyes

C) Klasszikus mező

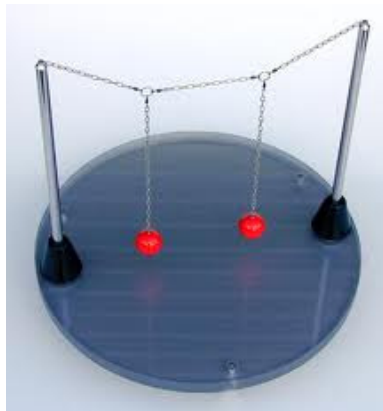
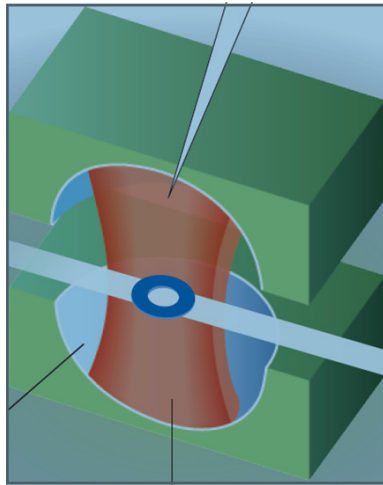


I. Rabi 1898-1988

1936



1944



A csatolt ingák feladatához
hasolít

Q) Kvantumos mező



E. Jaynes,
(F. Cummings),
H. Paul

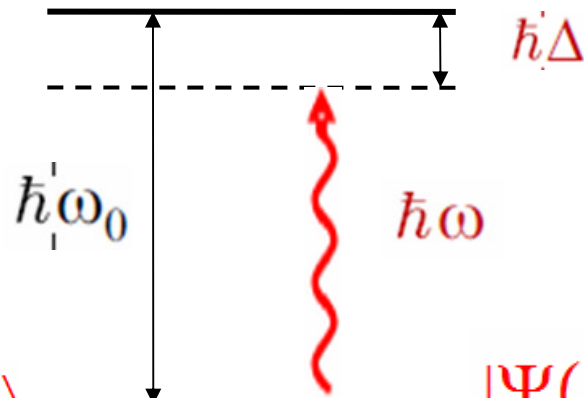
1963

Rabi frekvencia diszkrét

C) Klasszikus mező

A félklasszikus Rabi probléma

$$\hat{H}_0|e\rangle = \varepsilon_e|e\rangle$$



$$H = \hat{H}_0 - \hat{D}E_0 \cos \omega t$$

$$i\hbar \frac{\partial |\Psi\rangle}{\partial t} = \hat{H}|\Psi\rangle$$

$$\hat{H}_0|g\rangle = \varepsilon_g|g\rangle$$

$$|\Psi(t)\rangle = a(t)e^{-i\frac{\varepsilon_g}{\hbar}t}|g\rangle + b(t)e^{-i\frac{\varepsilon_e}{\hbar}t}|e\rangle$$

$$\Omega_r := \frac{dE_0}{\hbar}$$

klasszikus rezonáns Rabi frekvencia

$$\Omega_r \sim 10^{-5} \omega_0$$

$$d := \langle e|\hat{D}|g\rangle$$

$$\dot{a}(t) = i\frac{\Omega_0}{2}e^{-i\Delta t}b(t), \quad \dot{b}(t) = i\frac{\Omega_0}{2}e^{i\Delta t}a(t)$$

$$\Delta = 0$$

$$a(t) = a(0) \cos \frac{\Omega_r}{2}t + ib(0) \sin \frac{\Omega_r}{2}t$$

$$b(t) = ia(0) \sin \frac{\Omega_r}{2}t + b(0) \cos \frac{\Omega_r}{2}t$$



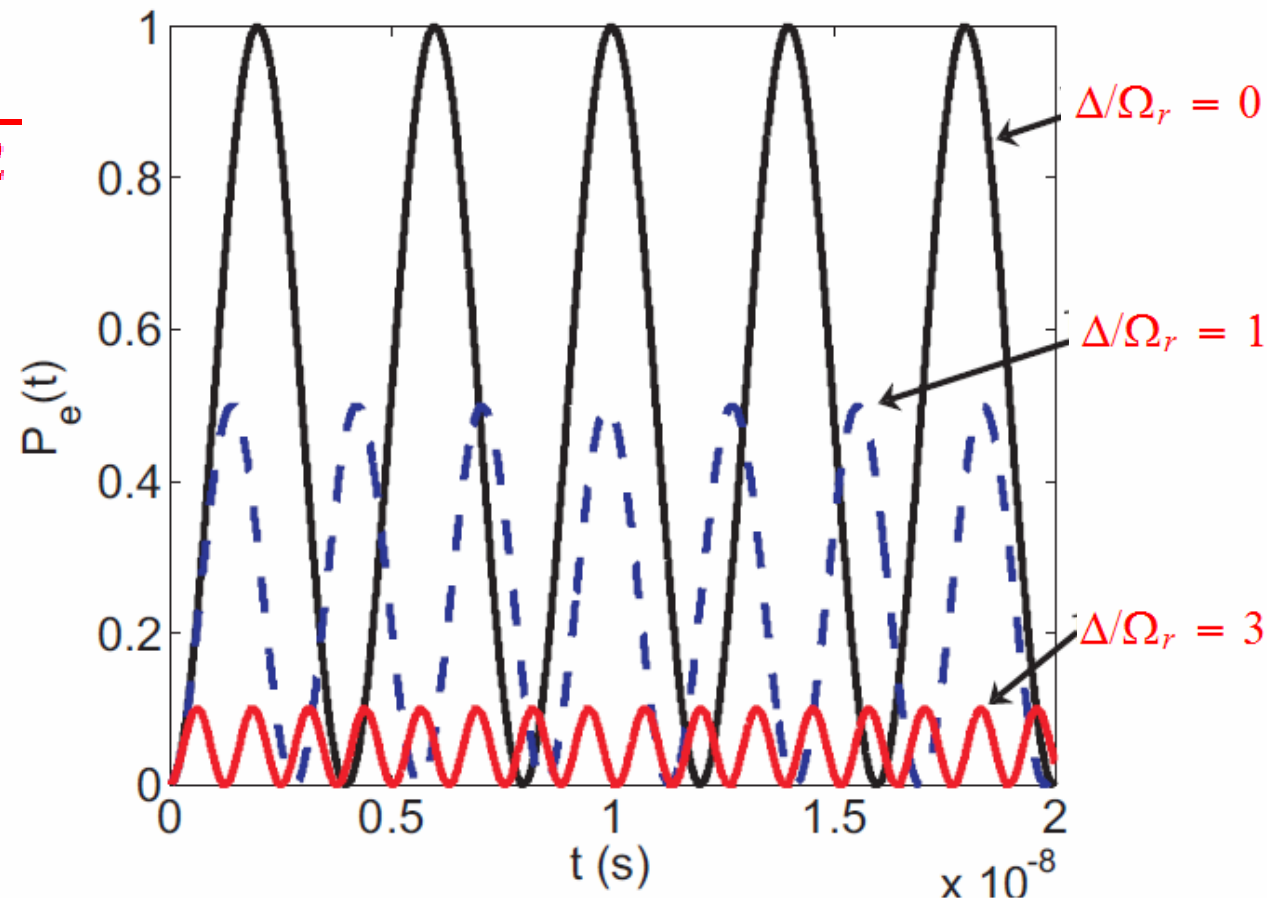
Ha $b(t = 0) = 0$, $a(t = 0) = 1$

$$\Delta = 0 \quad : \quad P_e(t) = |b(t)|^2 = \sin^2 \frac{\Omega_r t}{2}$$

$$\Delta \neq 0 \quad : \quad P_e(t) = |b(t)|^2 = \frac{\Omega_r^2}{\Omega_r^2 + \Delta^2} \sin^2 \frac{\Omega t}{2}$$

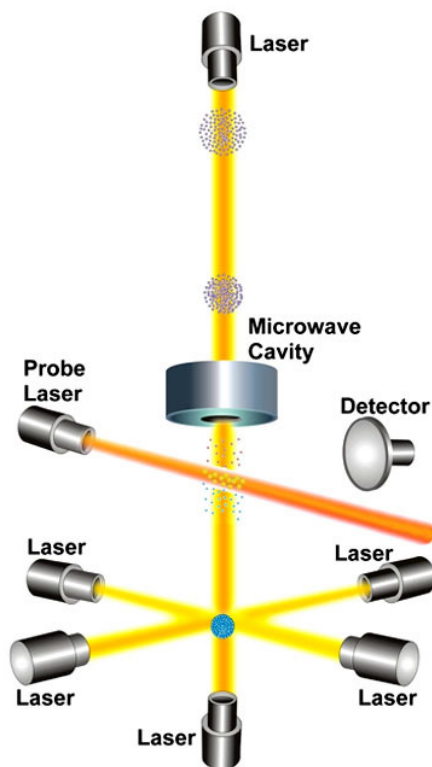
$$\Omega = \sqrt{\Omega_r^2 + \Delta^2}$$

Klasszikus
Rabi oszcillációk



Két alkalmazás: 1. atomóra

NIST céziumóra



Pontosság:
 $3 \times 10^{-16} \sim$
1s/20 millió év

Az alapállapotú Cs atomokat hűtik a lézerekkel, majd szökőkútszerűen bejutnak az üregbe, amely rezonáns a Cs egyik hiperfinom átmenetével.

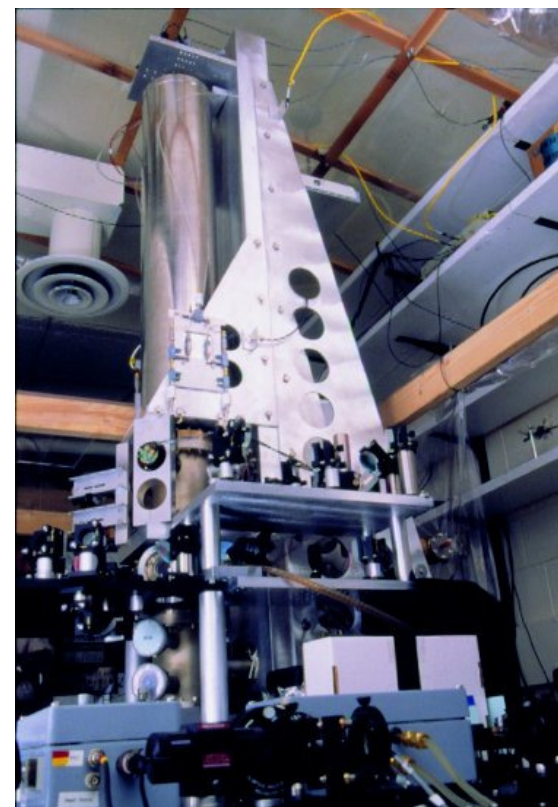
A pontosan gerjesztett állapotba hozott atom ($\Delta=0$ eset) fluoreszcenciája maximális, ebből lehet tudni, hogy az üreg mint óra pontosan az átmenet frekvenciáján „jár”.



Norman Ramsey
1915-2011
1989



Rabi tanítványa
Wineland PhD. témavezetője



2. MRI: Magnetic resonance imaging



MRI berendezés



Erős homogén sztatikus mágneses mezőben az emberi testben lévő víz protonjainak különböző környezete különböző átmeneti frekvenciát eredményez a proton két spinállapota között, ezekre a $\Delta=0$ rezonancia különböző ω oszcillációs frekvencia esetén jelentkezik.

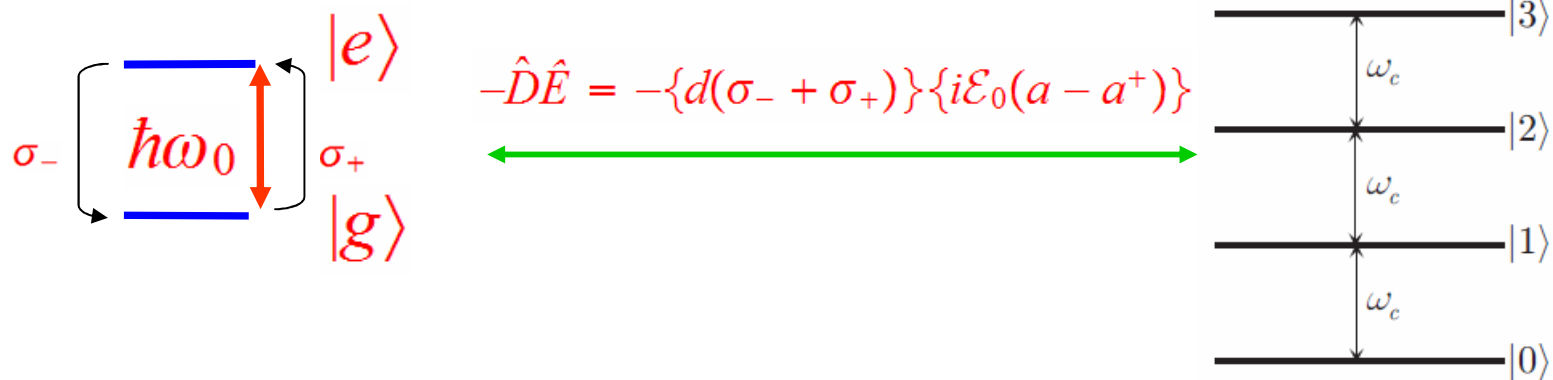
Q) Kvantumos mező

Egyetlen atom és a kvantált mező dinamikája, A JAYNES-CUMMINGS MODELL

Egyetlen „kétállapotú” atom és *egyetlen* mező-módus (állóhullám egy üregben) kölcsönhatása

Egzaktsal megoldható kvantumelektrodinamikai feladat (RWA)

$$H_{JC} = \frac{\hbar\omega_0}{2}\sigma_3 + \hbar\omega a^\dagger a + i\hbar\frac{\Omega_0}{2}(a^\dagger\sigma_- - a\sigma_+)$$



$$\epsilon_0 \mathcal{E}_0^2 \mathcal{V} = \frac{1}{2} \hbar \omega, \quad \mathcal{E}_0 = \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2 \epsilon_0 \mathcal{V}}}$$

$$\Omega_0 := \frac{d}{\hbar} \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2 \epsilon_0 \mathcal{V}}}$$

Ω_0 neve a vákuum Rabi frekvencia

$$\omega_0 = \omega$$

$$|\Psi(0)\rangle = (a|g\rangle + b|e\rangle) \otimes \sum_{n=0}^{\infty} c_n |n\rangle,$$

Kezdőállapot

H_{JC}

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} (a_n(t)|g\rangle \otimes |n\rangle + b_n(t)|e\rangle \otimes |n\rangle).$$

Időfejlődés kölcsönhatási
képben:

Kvantumos mező:

$$a_n(t) = ac_n \cos \frac{\Omega_0 \sqrt{n} t}{2} - ibc_{n-1} \sin \frac{\Omega_0 \sqrt{n} t}{2}$$

$$b_n(t) = bc_n \cos \frac{\Omega_0 \sqrt{n+1} t}{2} - iac_{n+1} \sin \frac{\Omega_0 \sqrt{n} t}{2}$$

$$\Omega(n) = \Omega_0 \sqrt{n}$$

Diszkrét Rabi frekvenciák

Klasszikus mező

$$a(t) = a(0) \cos \frac{\Omega_r}{2} t + ib(0) \sin \frac{\Omega_r}{2} t$$

$$b(t) = ia(0) \sin \frac{\Omega_r}{2} t + b(0) \cos \frac{\Omega_r}{2} t$$

$$\Omega_r \rightarrow -\Omega_0 \sqrt{n}$$



A kvantumos kísérletek kezdetei:

Max Planck Institute Für Quantenoptik Garching



Herbert Walther
1935-2006



Dieter Meschede

MPQ

Mikrométer

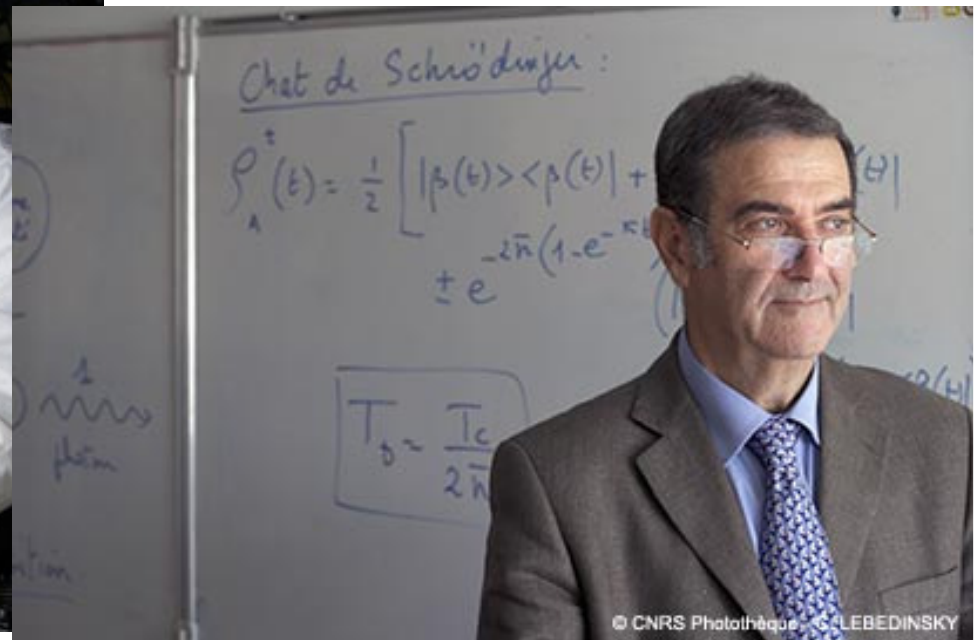
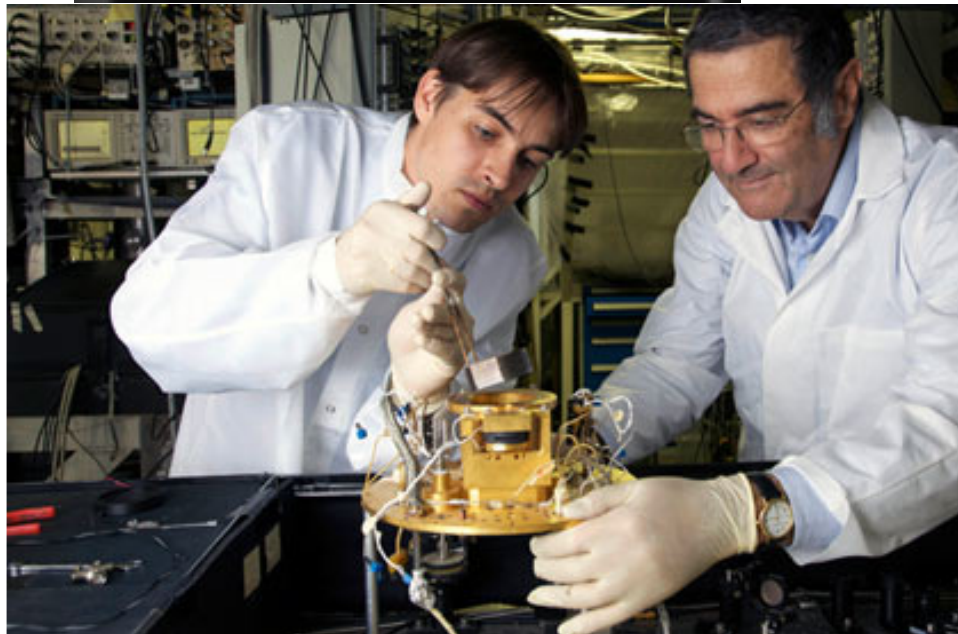
1984



1984

H. Walther működése egy nagyon fontos átmenet mérföldköve:
az atomfizikusok megfigyelő felfedezőkből „kvantum mérnökökké” váltak.

Serge Haroche



Egyetlen atom hat kölcsön egy vagy néhány fotonnal egy üregben

A világ legjobb
tükre 2010-

$$\omega\tau_{\text{cav}}=Q=4\times 10^{10}$$

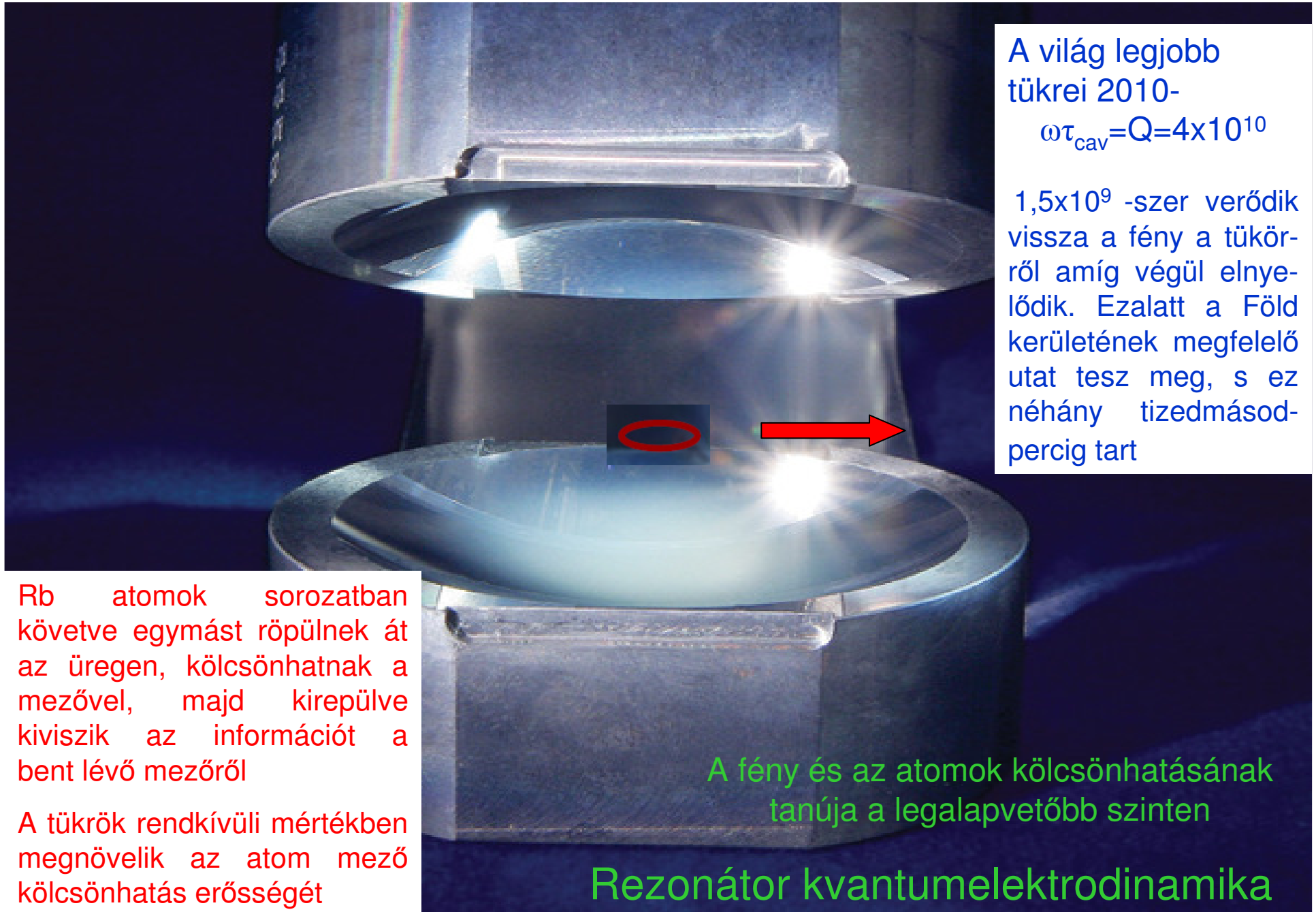
$1,5\times 10^9$ -szer verődik
vissza a fény a tükör-
ről amíg végül elnye-
lődik. Ezalatt a Föld
kerületének megfelelő
utat tesz meg, s ez
néhány tizedmásod-
percig tart

Rb atomok sorozatban
követve egymást röptetnek át
az üregben, kölcsönhatnak a
mezővel, majd kirepülve
kiviszik az információt a
bent lévő mezőről

A tükrök rendkívüli mértékben
magnövelik az atom mező
kölcsönhatás erősségét

A fény és az atomok kölcsönhatásának
tanúja a legalapvetőbb szinten

Rezonátor kvantumelektrodinamika

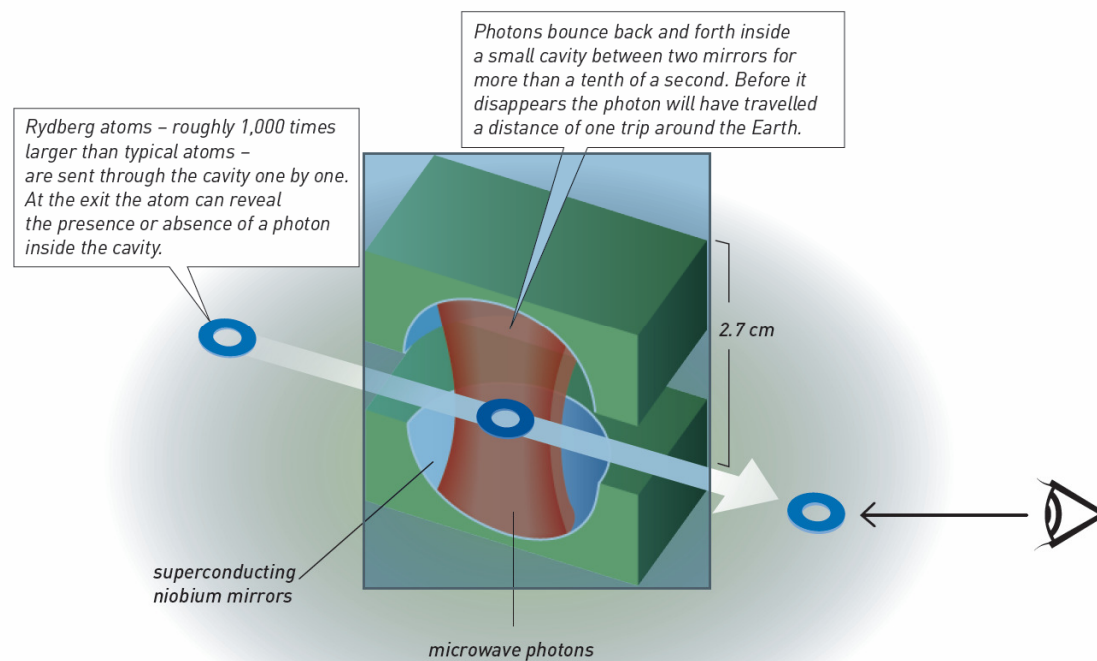
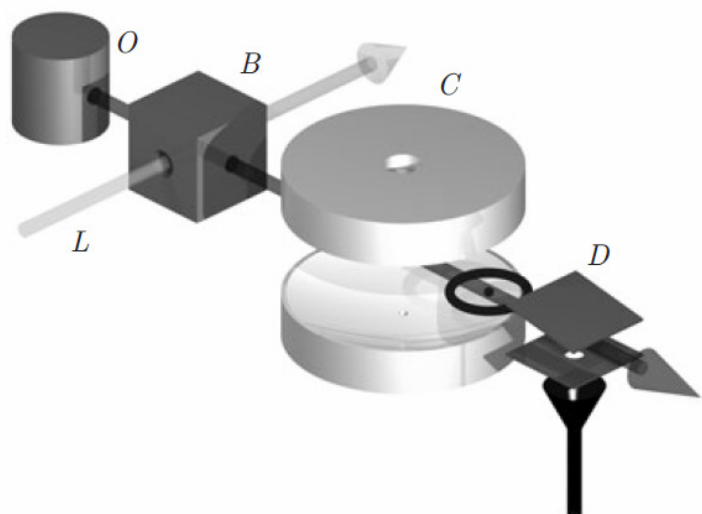


M. Brune, J.M. Raimond, S. Haroche, 1996

$$\omega_0/2\pi = \omega/2\pi = 51\text{GHz}, \quad Q_c = 7 \times 10^7, \quad \tau_c = 220\mu\text{s}$$

T kölcsönhatási idő az atom
sebességéből

$$140\text{m/s} < v < 600\text{m/s} \quad \Delta v = 2 \text{ m/s}$$



Ma (2010-) már $\tau_c = 0.1 - 0.5 \text{ s}$

Cirkuláris Rydberg atomok Rb: $n_e = 51, \ell_e = 50 \leftrightarrow n_g = 50, \ell_g = 49$

R.Hulet and D.Kleppner, (1983)

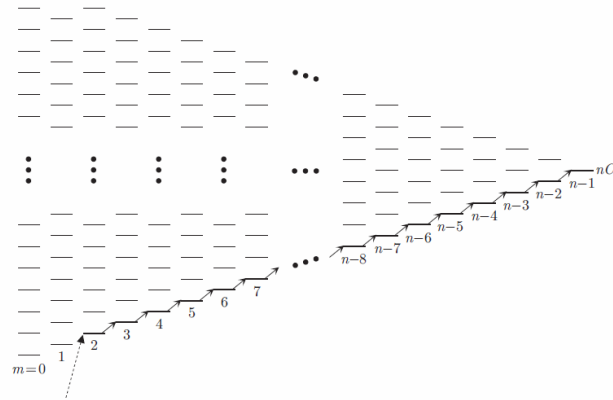
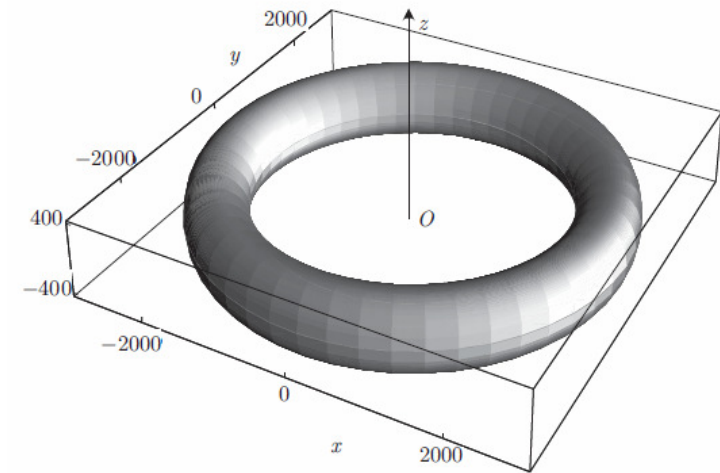


Fig. 5.21 Hydrogenic manifold (principal quantum number n) in a static electric field. The $n-m$ Stark levels with a given positive m value make up a ladder of states. The level spacing is the same for all ladders. Two consecutive ladders are separated by half this spacing. The Stark levels are thus arranged in a triangle, whose tip is the circular state $|nC\rangle$. The laser excitation (dotted arrow) prepares the lower state in the $m = 2$ manifold. The adiabatic circularization process uses radio-frequency transitions (solid arrows) between the levels represented as thick lines.

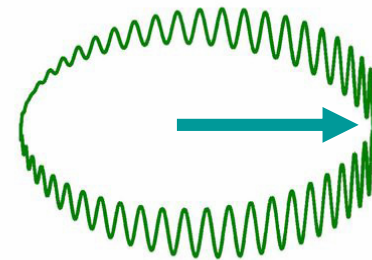
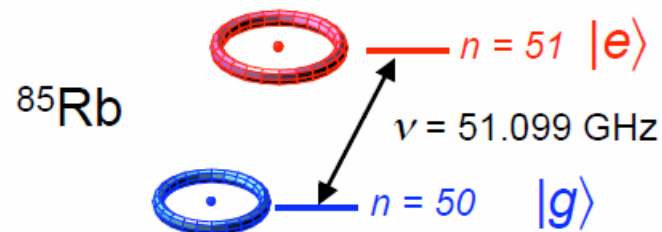


Közönséges atom $d=10^{-9}$ m



Rydberg atom: az elektron egy „óriási körpályán mozog” $d=10^{-5}$ m

$|e\rangle + |g\rangle$ két Rydberg állapot szuperpozíciója:



A hullám maximuma 51 GHz frekvenciával megy körbe mint egy óra mutatója

(Ha ez a dipól nem rezonáns fénnel hat kölcsön, akkor a rezgés fázisa megváltozik: atomi törésmutató: mező Schrödinger macska állapotai

Domokos Péter előadása)

S. Haroche csoportjának eredményei

A spontán emisszió növelése és elnyomása üreggel 1983-87

-- Az atom-mező csatolás Rabi frekvenciája diszkrét A JC féle Q modell helyes :
51 GHz frekvenciájú fotonok léteznek 1996,

Mező Schrödinger macska állapotai
1992-1996
(Domokos Péter, eltűnés: Diósi Lajos)

$$(| \text{cat} \rangle + | \text{cat} \rangle) / \sqrt{2}$$

$$(| \alpha \rangle + | -\alpha \rangle) / \sqrt{2}$$

-- Atomi EPR párok létrehozása, és a Bell egyenlőtlenség sérülése, atomokkal 1997

Számállapotok üregben 2002- („kiengedünk egy fotont a la Bohr, Einstein”)

A JC modell speciális esetei:

$$|\Psi(0)\rangle = |g\rangle|0\rangle \rightarrow |\Psi(t)\rangle = |g\rangle|0\rangle$$

$$|\Psi(0)\rangle = |e\rangle|0\rangle \rightarrow |\Psi(t)\rangle = \cos \frac{\Omega_0 t}{2} |e\rangle|0\rangle - i \sin \frac{\Omega_0 t}{2} |g\rangle|1\rangle$$

Atom és mező összefonódott

$$P_g(t) = \sin^2 \Omega_0 t/2, \quad P_e(t) = \cos^2 \Omega_0 t/2$$

vákuum Rabi oszcilláció Ω_0 a vákuum Rabi frekvencia

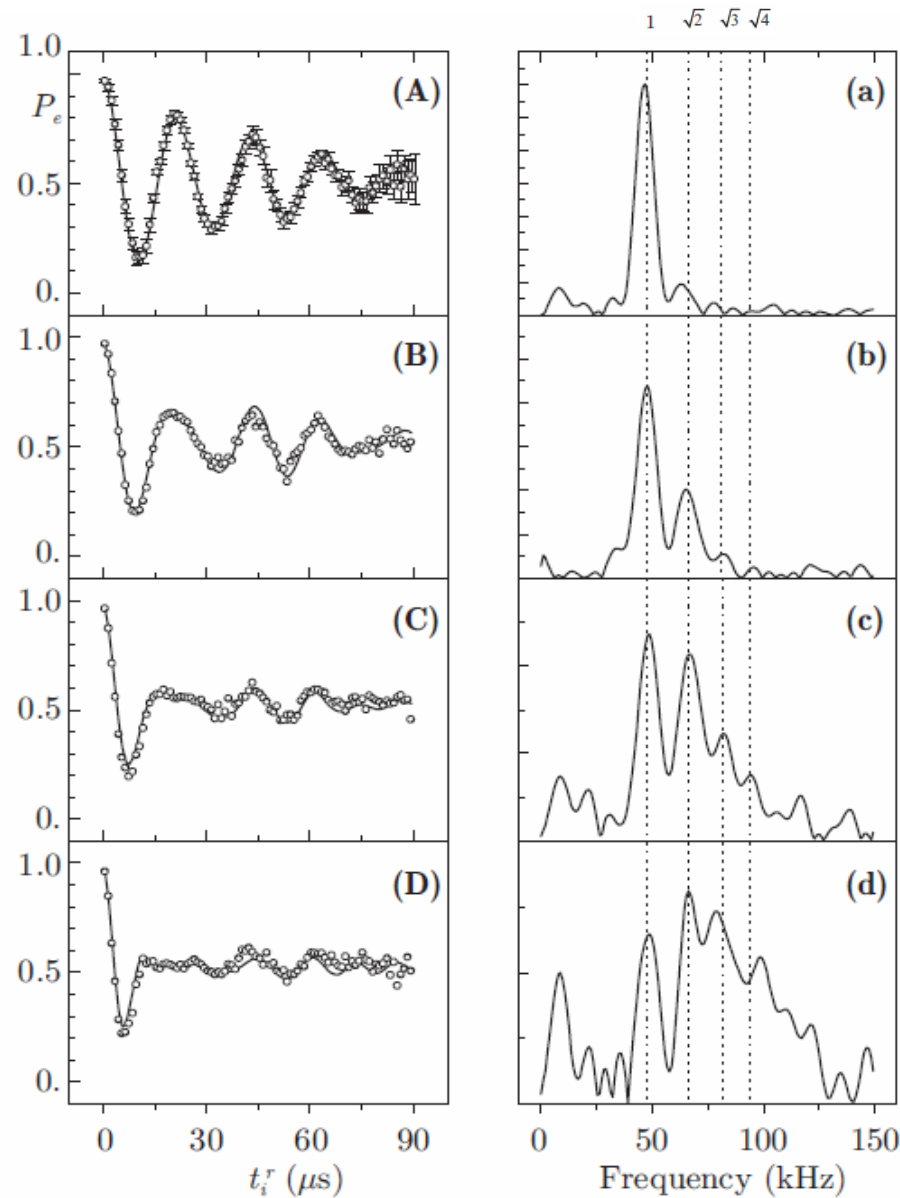
$$|\Psi(0)\rangle = |e\rangle \sum_n c_n |n\rangle \rightarrow |\Psi(t)\rangle = \sum_n \left(c_n \cos \frac{\Omega_0 \sqrt{n+1} t}{2} |e\rangle|n\rangle - i c_{n-1} \sin \frac{\Omega_0 \sqrt{n} t}{2} |g\rangle|n\rangle \right)$$

$$|\Psi(0)\rangle = |e\rangle \sum_n c_n |n\rangle \rightarrow P_e(t) = \sum_n |c_n|^2 \cos^2(\Omega_0 \sqrt{n+1} t/2)$$

Glauber koherens $|\alpha\rangle : |c_n|^2 = e^{-\bar{n}} \frac{\bar{n}^n}{n!} \quad \bar{n} = |\alpha|^2$

$$P_e(t) = \sum_n |c_n|^2 \cos^2(\Omega_0 \sqrt{n+1} t/2) |c_n|^2 = e^{-\bar{n}} \frac{\bar{n}^n}{n!}$$

$$\Omega_0/2\pi = 50 \text{ kHz}$$



$$\bar{n} \approx 0$$

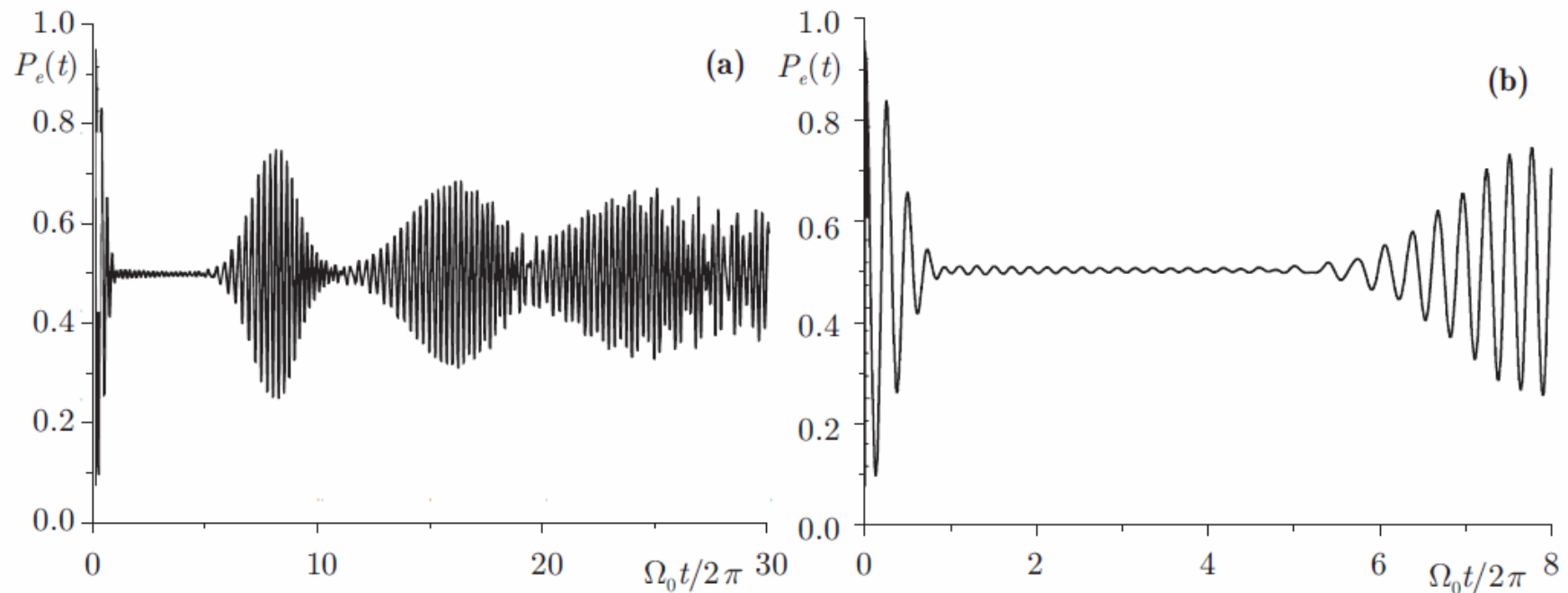
$$\bar{n} = 0.4$$

$$\bar{n} = 0.85$$

$$\bar{n} = 1.47$$

Kollapszus és föléléadás

$$\bar{n} = 15$$



Eberly et al. 1980 (számolás)

Rempe, Meschede, Klein, Walther 1985-87 kísérlet

Ha $\bar{n} \gg 1$ klasszikus Rabi oszcillációk

$$P_e(t) = \cos^2(\Omega_0 \sqrt{\bar{n} + 1} t/2)$$

$$\Omega_0 = \frac{d\mathcal{E}_0}{\hbar}$$

$$\mathcal{E}_0 = \sqrt{\frac{\hbar \omega_c}{2\epsilon_0 V}}$$

Két atom összefonódása az üreg közvetítésével

Az első atom $|e\rangle_1$ állapotban lép be a vákuumba $|0\rangle$ és $\Omega_0 t = \pi/2$ ($\gamma t = \pi/4$) időnek megfelelően tartózkodik ott. Állapotváltozása: ¶

$$|e\rangle_1|0\rangle \rightarrow \{|e\rangle_1|0\rangle - i|g\rangle_1|1\rangle\}/\sqrt{2}$$

A második atom $|g\rangle_2$ állapotban megy be: ¶

$$|g\rangle_2\{|e\rangle_1|0\rangle - i|g\rangle_1|1\rangle\}/\sqrt{2} = |g\rangle_2|e\rangle_1|0\rangle - i|g\rangle_2|g\rangle_1|1\rangle\}/\sqrt{2}$$

π impulzust kap $|g\rangle_2|0\rangle \rightarrow |g\rangle_2|0\rangle, \dots |g\rangle_2|1\rangle \rightarrow |e\rangle_2|0\rangle$ ¶

$$|g\rangle_2|e\rangle_1|0\rangle - i|e\rangle_2|g\rangle_1|0\rangle\}/\sqrt{2} = \{|g\rangle_2|e\rangle_1 - i|e\rangle_2|g\rangle_1\}|0\rangle/\sqrt{2}$$

¶

A két atom Bohm-Bell **összefonódott** állapotba kerül pedig nem is találkoztak

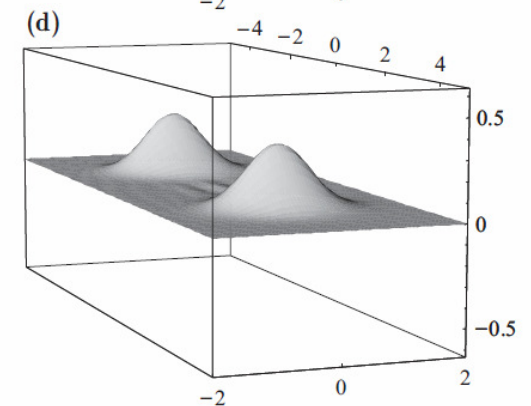
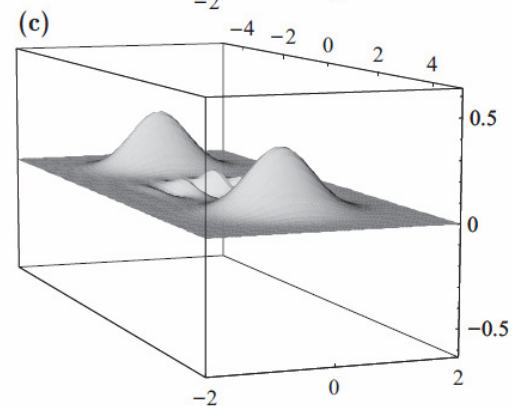
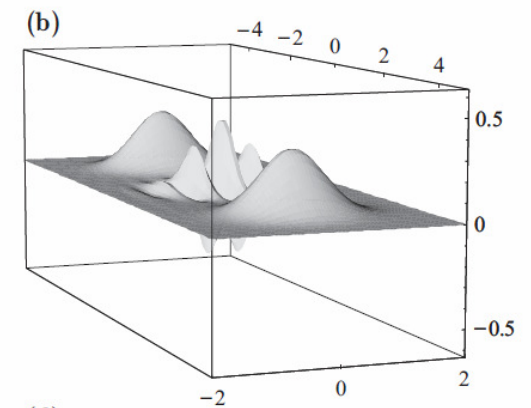
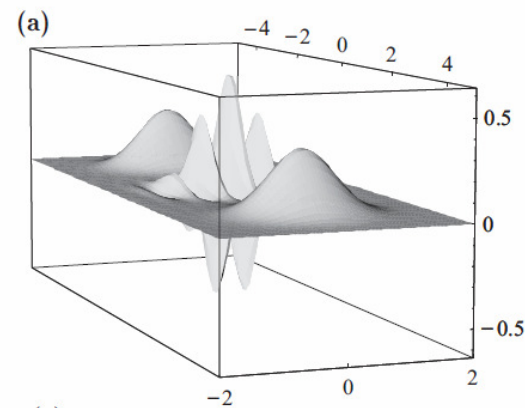
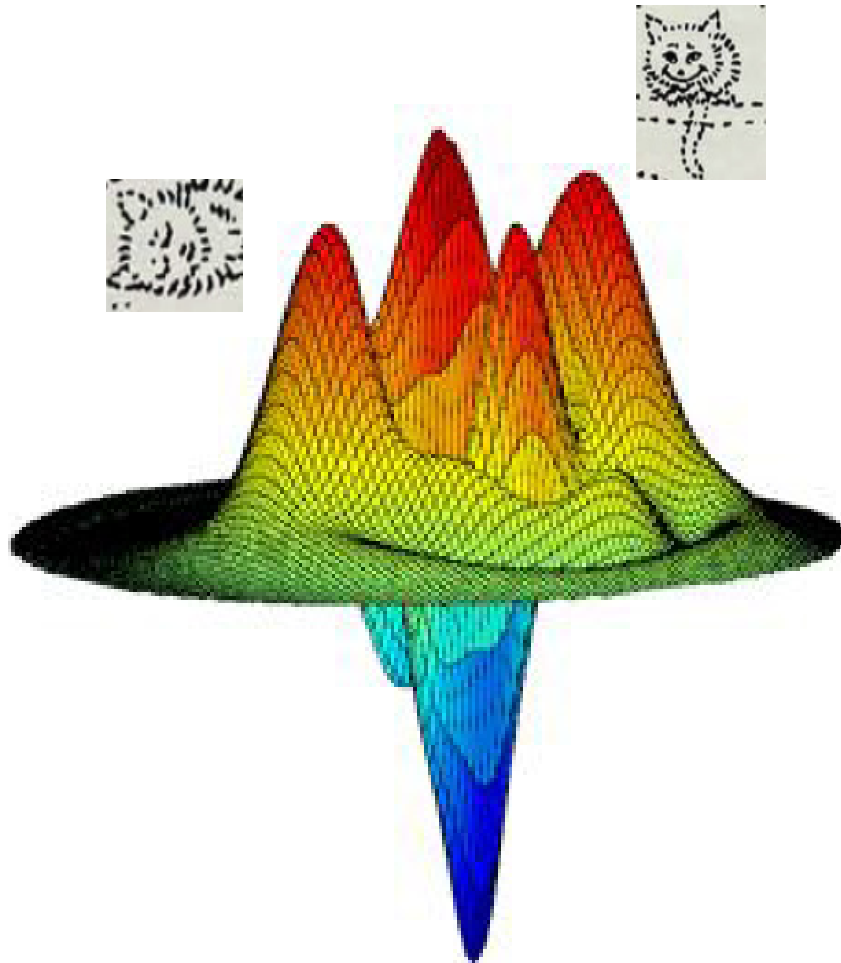
Bell egyenlőtlenség sérülését kimutatták ilyen atompárokkal

S. Haroche, J.M Raimond: Exploring the quantum, Oxford, 2006

Az üregbeli mező Schrödinger macska állapotainak létrehozása

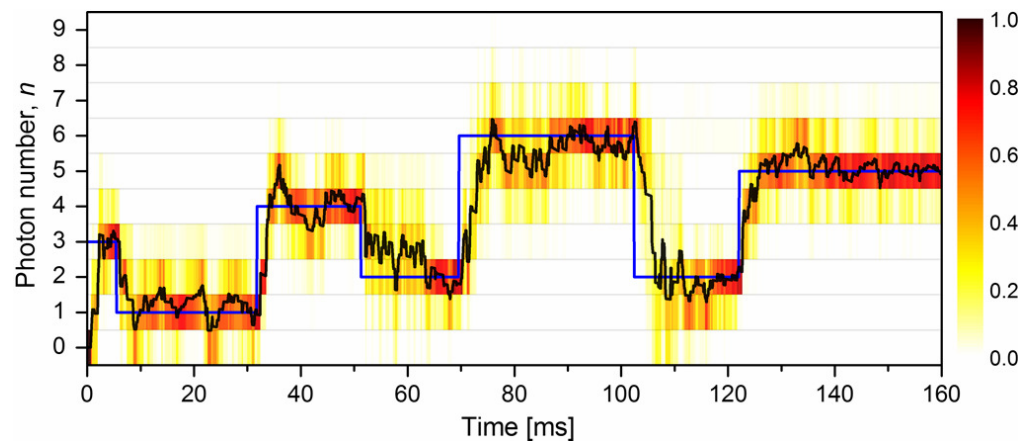
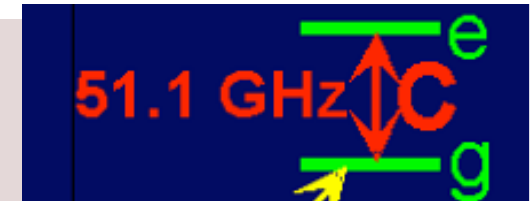
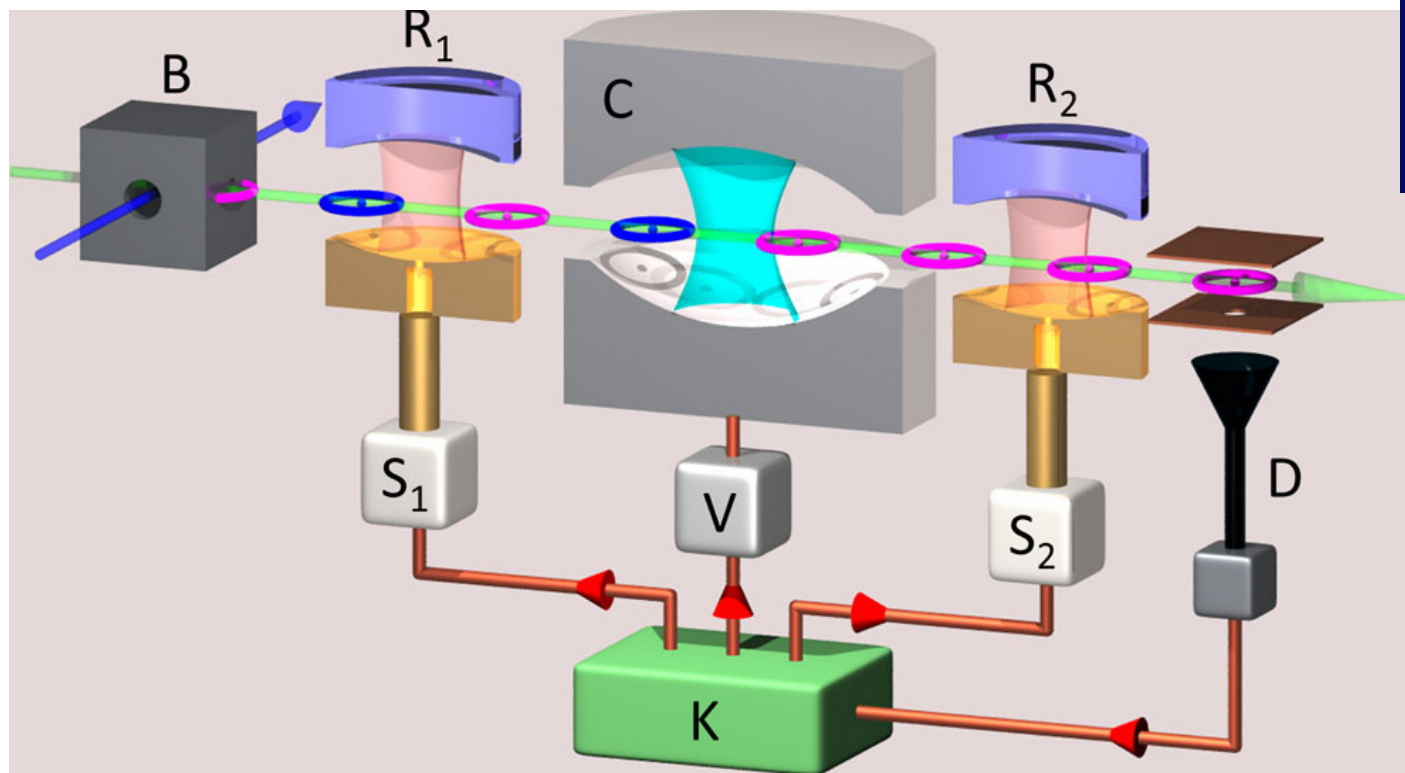
Macska állapot kísérletileg
rekonstruált Wigner függvénye

Macska állapot számított
Wigner függvénye

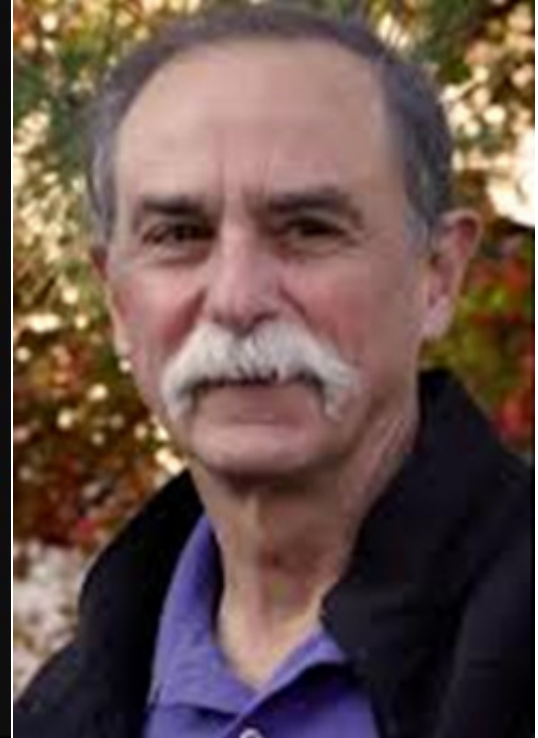
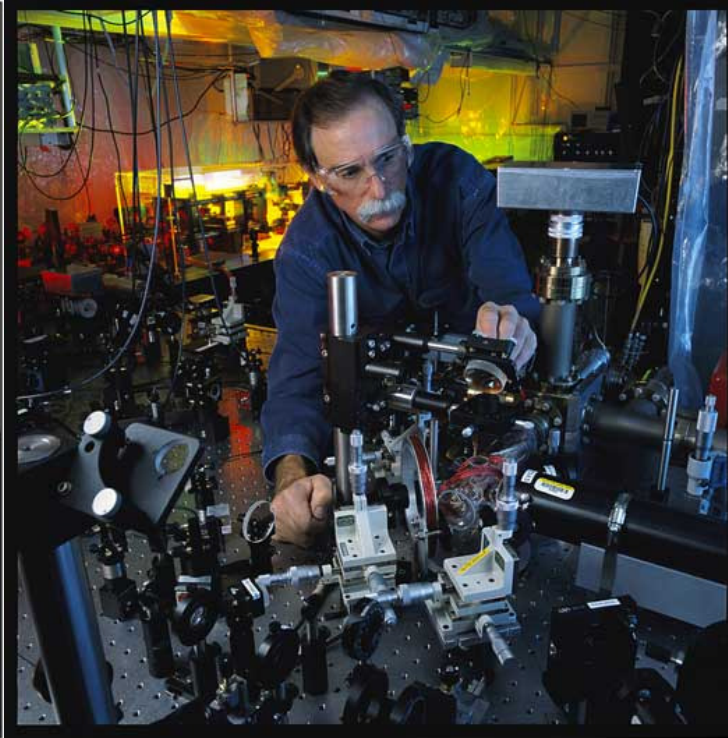


$$(|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle)/\sqrt{2}$$

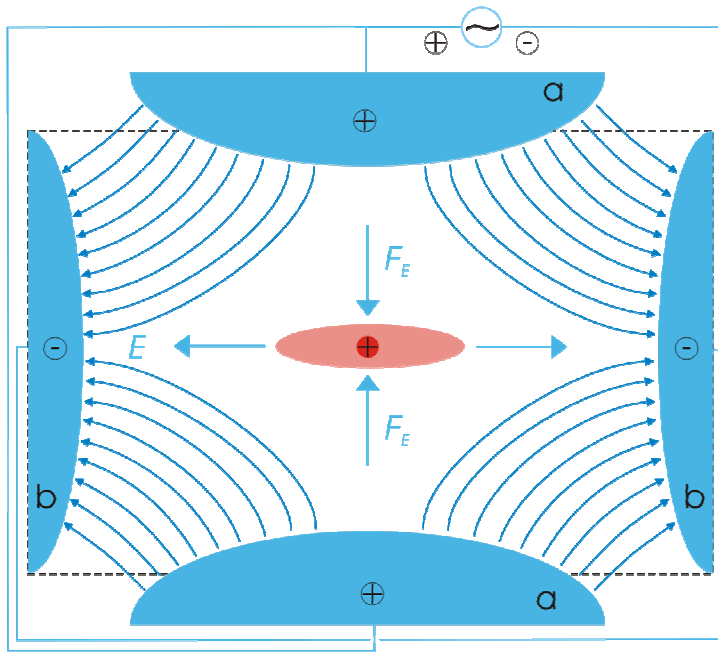
Fotonszám sajátállapotok üregben



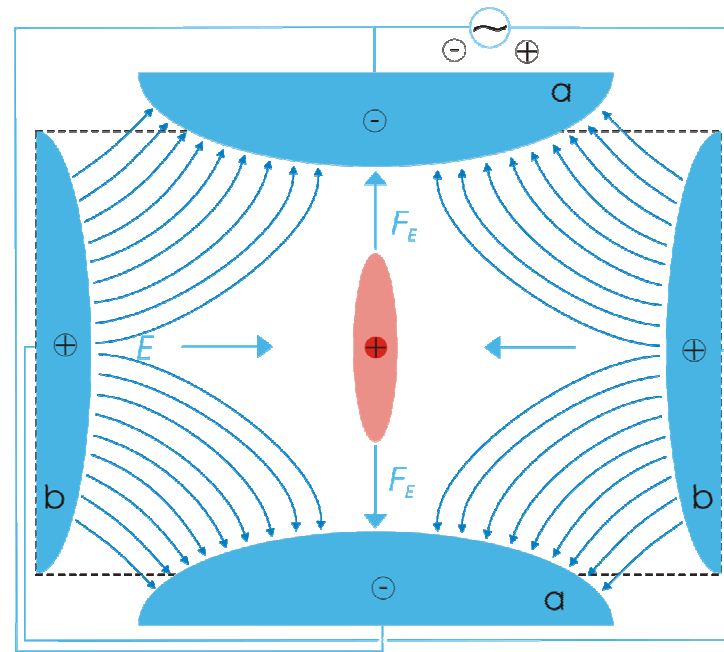
David Wineland



Paul félé ioncsapda



1



2



1913-1993

Wolfgang Paul,



1989



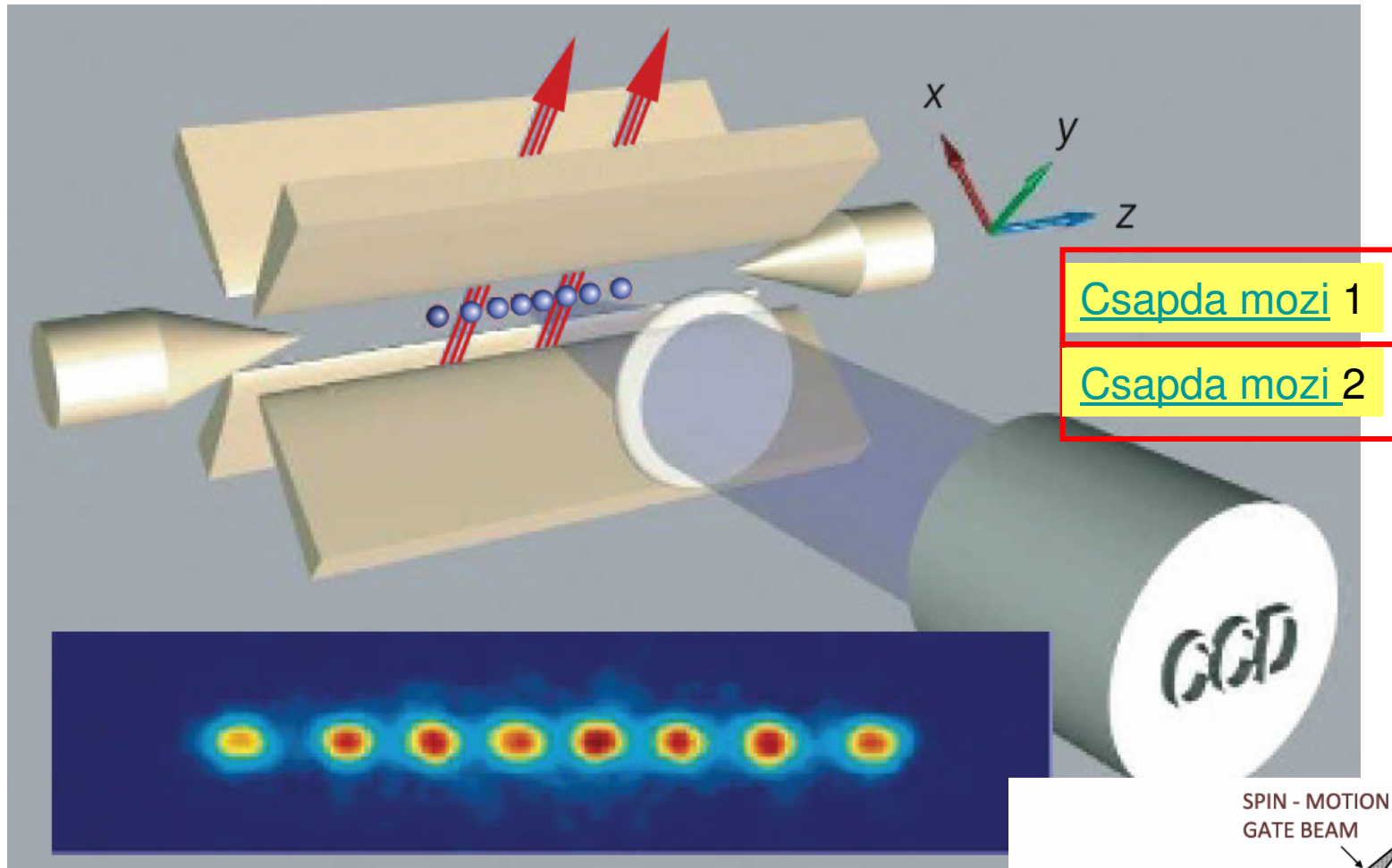
1922-

Hans Dehmelt,



1989

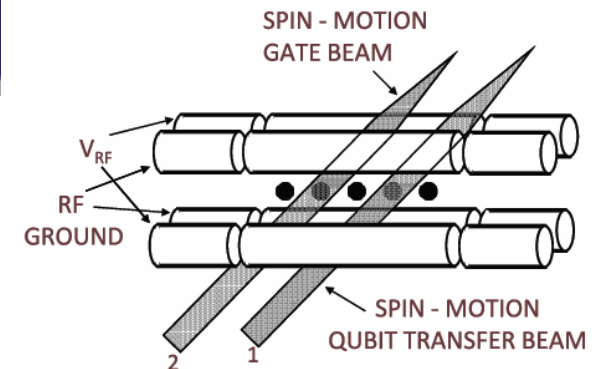
David Wineland és csoportja kísérletei

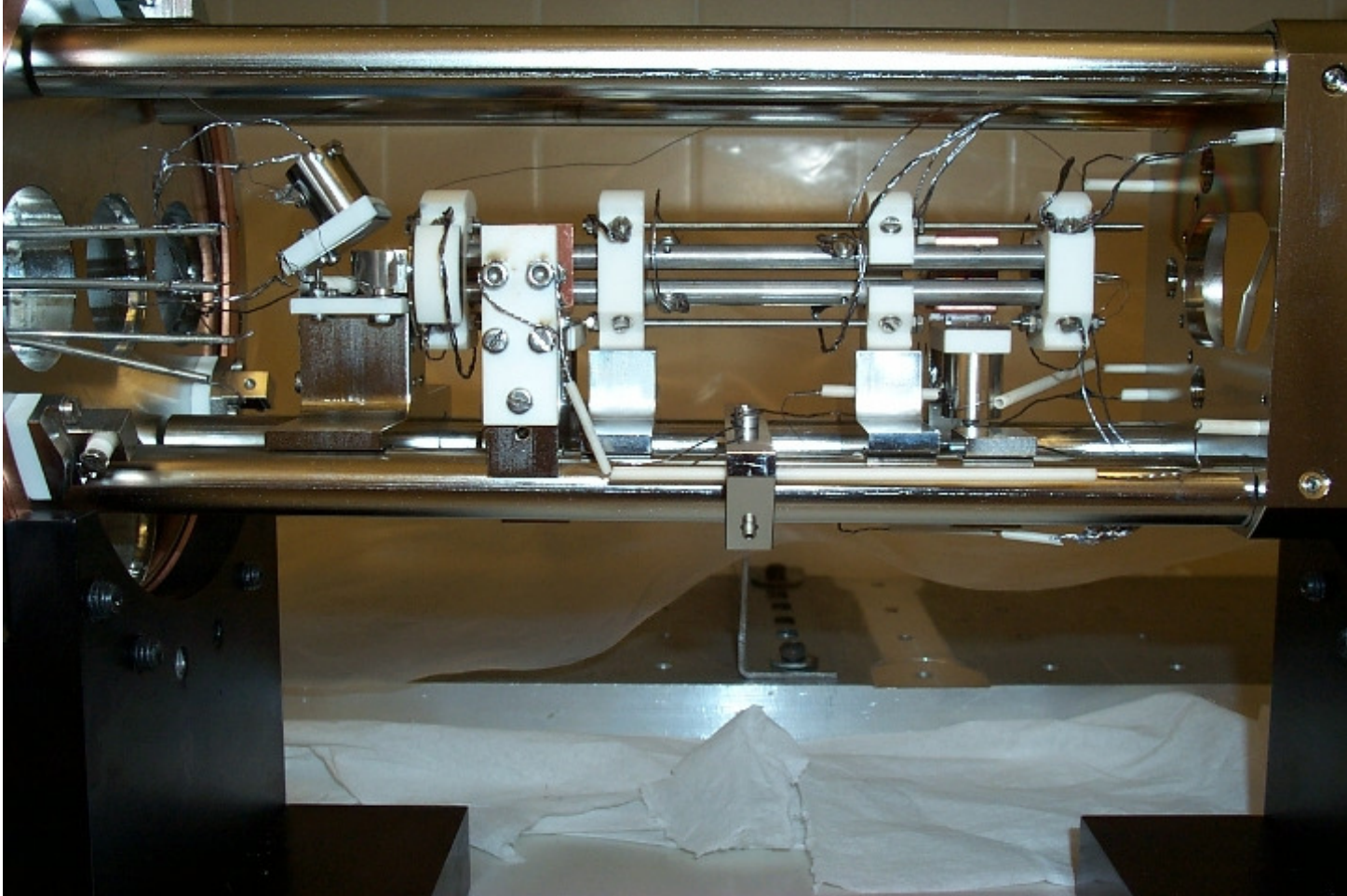


A csapdázott atomok lézeres hűtésének ötlete

D. Wineland, H. Dehmelt 1975

Megvalósítás: Wineland 1978

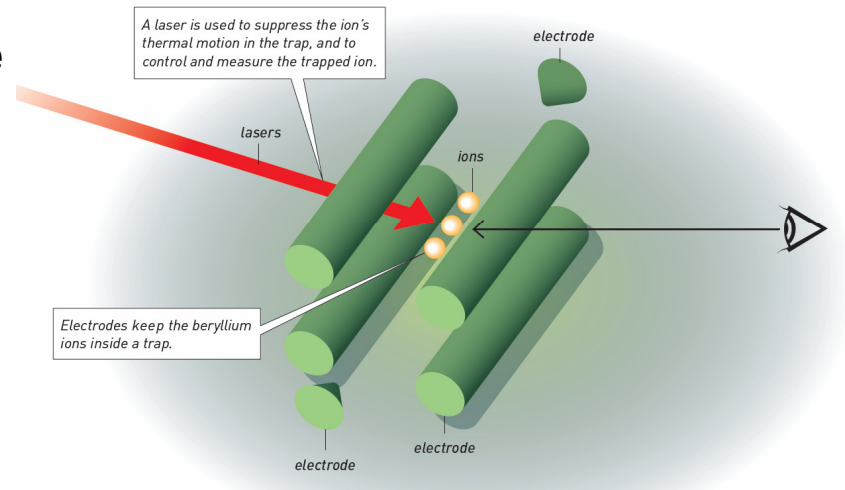




D. Wineland csoportjának eredményei

A csapdázott atomok lézeres hűtésének ötlete
D. Wineland, H. Dehmelt 1975

Megvalósítás: Wineland 1978



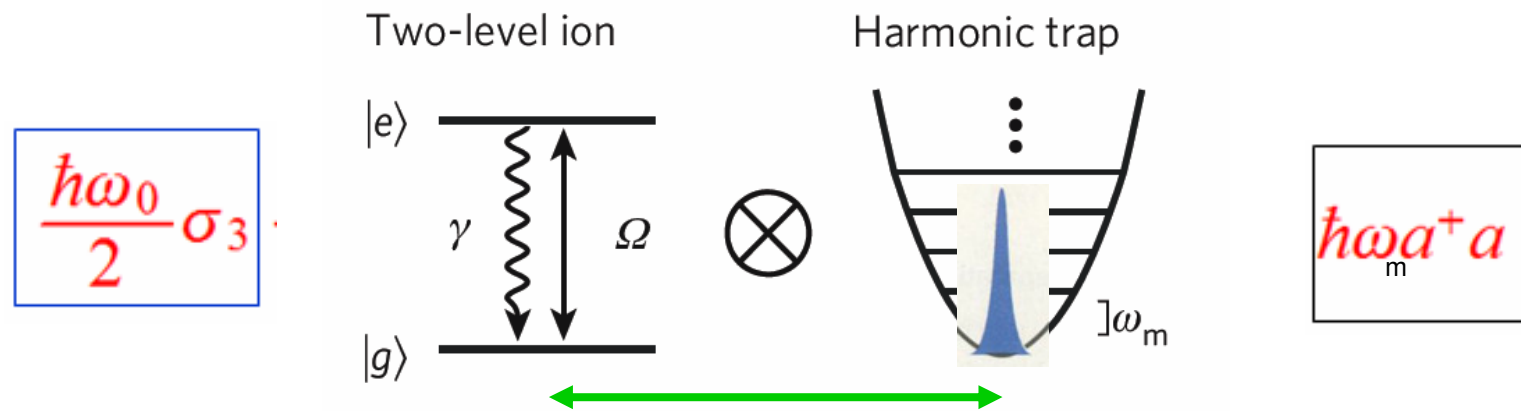
A csapdázott ion harmonikus mozgásának kvantáltsága 1996

Egy db. csapdázott atom egyszerre két helyen, „Schrödinger macska” 1998

Kvantumos információtechnológia csapdázott ionokkal 2000-

Új atomóra standard

A csapdában oszcilláló ion(ok) és a lézerfény kölcsönhatása



$$\hat{H}_i = \hbar \frac{\Omega_\ell}{2} \exp(-i\omega_\ell t + iZk_\ell \cos \theta) \sigma_+ + h.c.$$

$$Z = z_0(a + a^+)$$

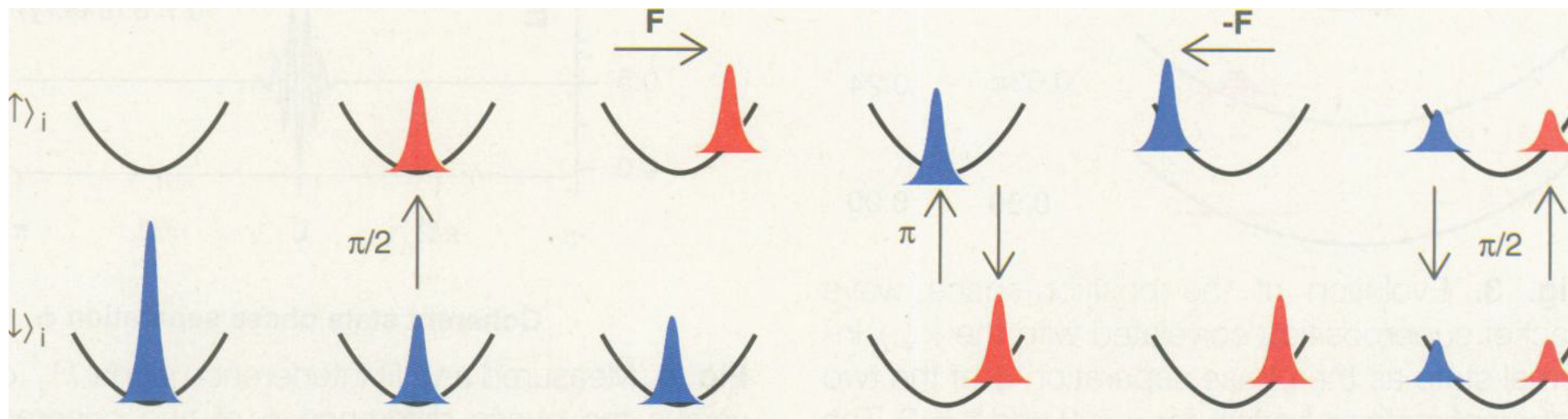
$$z_0 = \sqrt{2\hbar/m\omega_m}, \quad kz_0 = 2\pi z_0/\lambda_\ell =: \eta_0, \quad \eta = \eta_0 \cos \theta$$

$$\eta_0 \sim 0.05 - 0.2 \quad \text{Lamb-Dicke paraméter} \quad \exp i\eta(a + a^+) \approx 1 + i\eta(a + a^+)$$

$$\rightarrow \tilde{H}_i = i\hbar \frac{\eta\Omega_\ell}{2} (a^+ \sigma_- - a \sigma_+)$$

Térbeli Schrödinger macska

- Csapdázott ion mozgásának SC állapota 1998



$|g, 0\rangle$

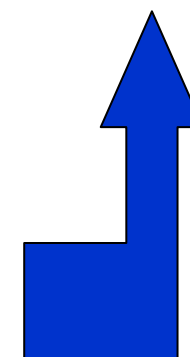
$(|g, 0\rangle + |e, \alpha\rangle)/\sqrt{2}$

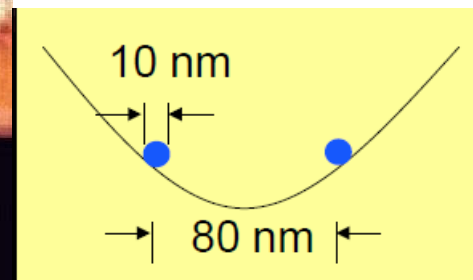
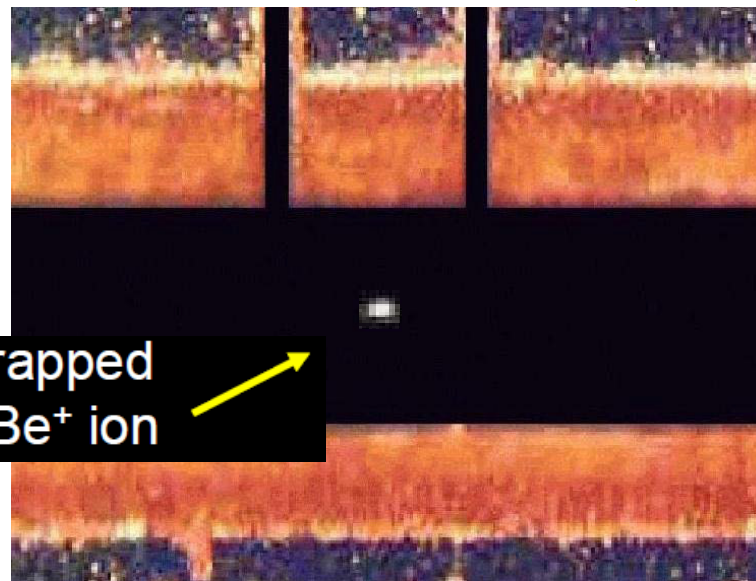
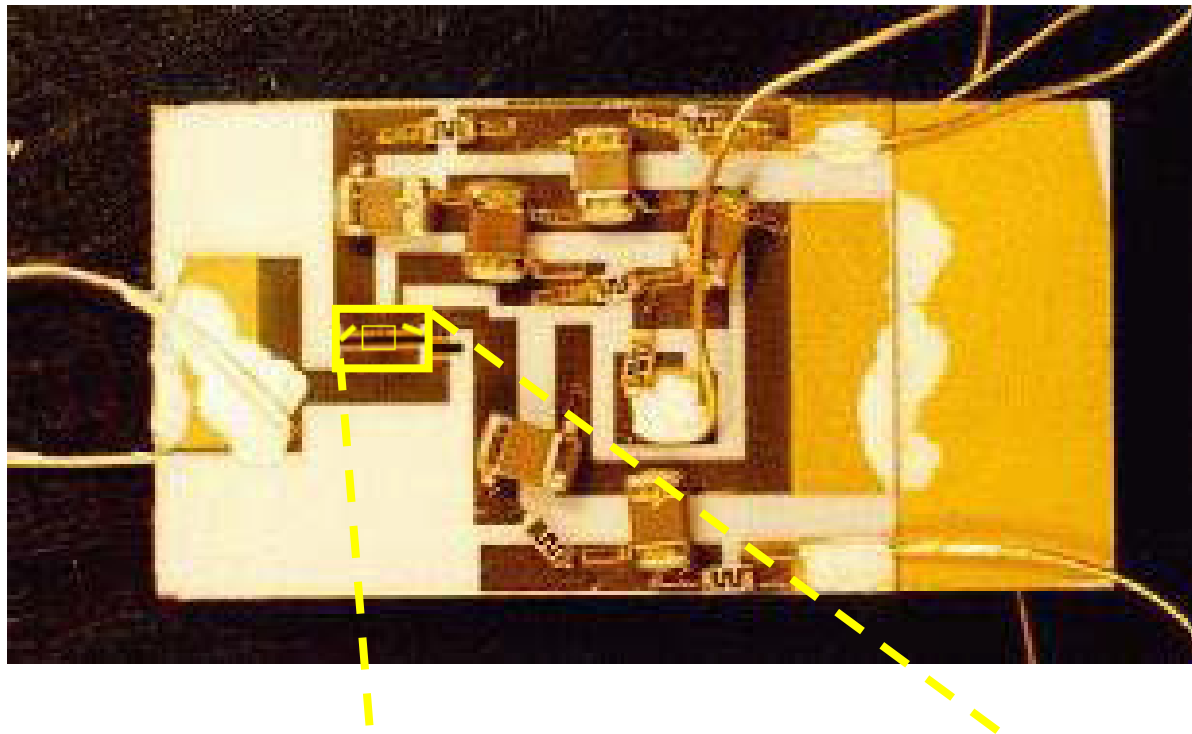
$(|e, -\alpha\rangle + |g, \alpha\rangle)/\sqrt{2}$

$(|g, 0\rangle + |e, 0\rangle)/\sqrt{2}$

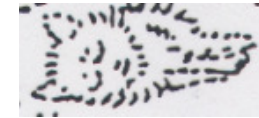
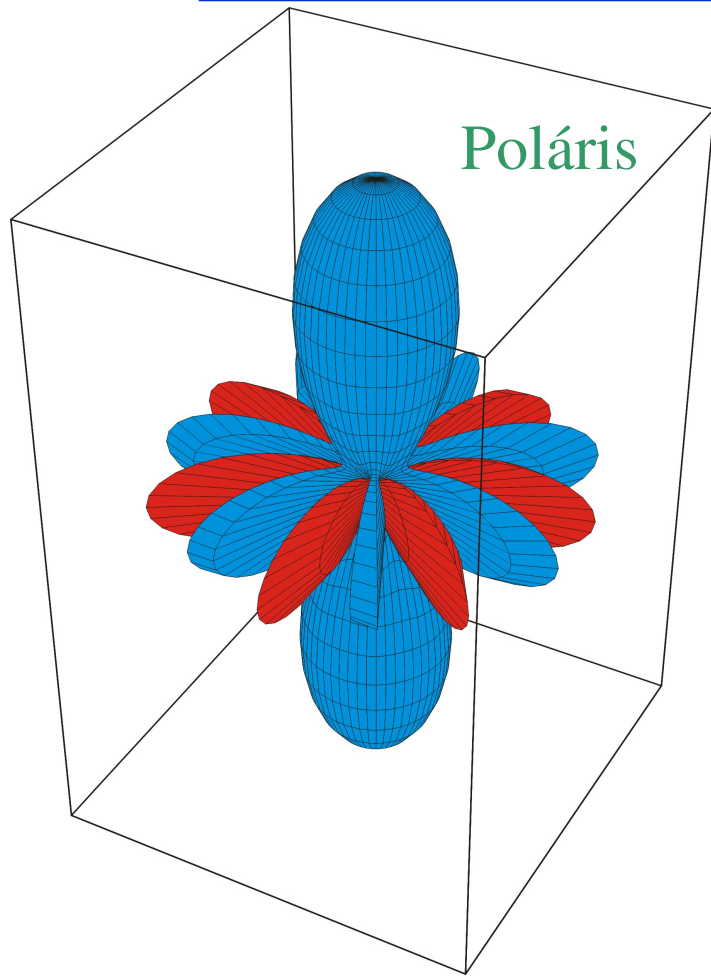
$(|e, 0\rangle + |g, \alpha\rangle)/\sqrt{2}$

$$\frac{(|e\rangle - |g\rangle)|-\alpha\rangle + (|g\rangle + |e\rangle)|\alpha\rangle}{2} = \frac{1}{2}(|e\rangle(|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle)) + \frac{1}{2}(|g\rangle(|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle))$$





Atomi Schrödinger-macska állapotok



$$|\Psi_{SP}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+, +, \dots, +\rangle + |-, -, \dots, -\rangle)$$



Wigner függvény

$$W_{\Psi_{SP}}(\theta, \phi) = W_{\uparrow\uparrow} + W_{\downarrow\downarrow} + W_{\uparrow\downarrow}$$

A nemklasszikusság mértéke:

$$\nu = 1 - \frac{I_+ - I_-}{I_+ + I_-} = 1 - \left(\int |W(\theta, \phi)| d\Omega \right)^{-1}$$

Wigner függvény: BM, Czirják A, Benedek Cs, *Acta Phys.Slov.* (1997)

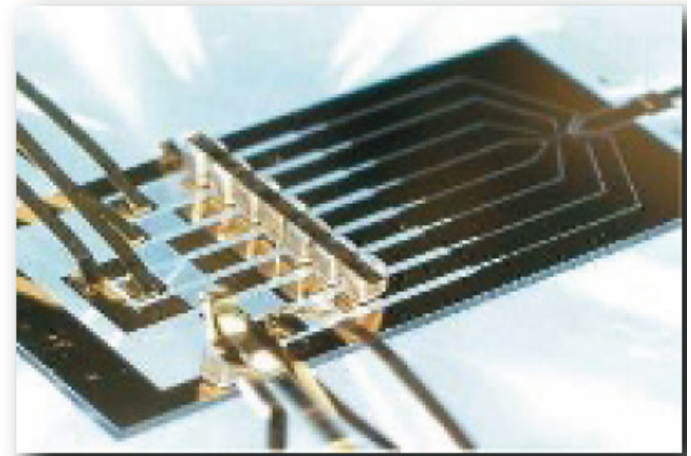
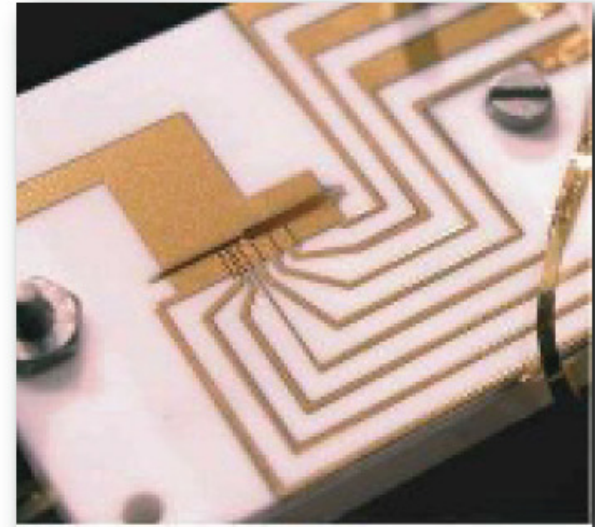
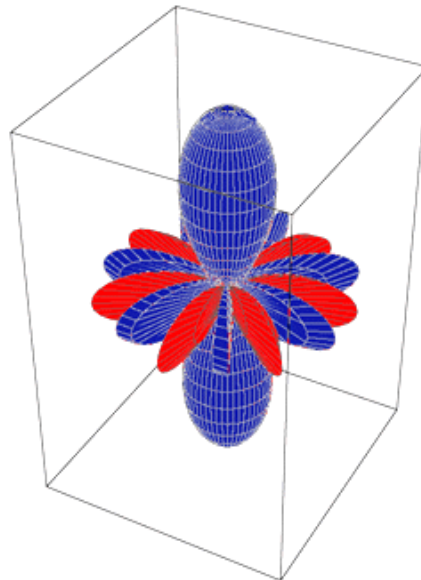
Atomi SC dekoherenciája a környezet miatt: BM, Czirják A, *PRA* (1999)

Wineland: atomi Schrödinger macska kísérlete, 2005

- 6 atom SC állapotban,
belső kvantumállapot,

$$|\uparrow, N\rangle \equiv |\uparrow\rangle_1 |\uparrow\rangle_2 \dots |\uparrow\rangle_N$$

$$|N \text{ Cat}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow, N\rangle + e^{i\theta} |\downarrow, N\rangle)$$



Alkalmazások

1. Még pontosabb atomórák

Egy ionos Al óra pontosság $8 \cdot 10^{-16}$

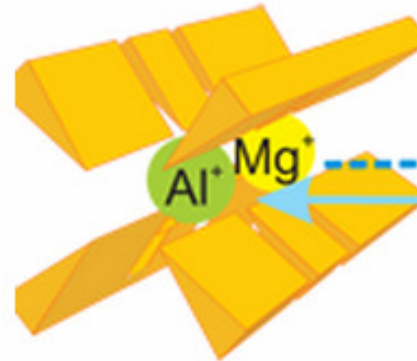


Illustration: C. W. Chou *et al.*, Phys. Rev. Lett.
(2010)

Még újabban (2013) Yb atomok optikai rácson: átmenet a láthatóban 578 nm
Pontosság: 1.6×10^{-18}

2. Kvantumbitek (qubitek) célzott összefonása

Út a kvantumszámítógép felé,

Nielsen, Chuang: **Quantum Computation and Quantum Information (Cambridge)**

Egy qubit egyetlen kétnívós atom: $|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$, $a, b \in \mathbb{C}$, $|a|^2 + |b|^2 = 1$

N (elég nagy) qubites regiszter 2^N dimenziós komplex állapotter:

$$|\psi\rangle = c_{00\dots 0}|0\rangle_1|0\rangle_2\dots|0\rangle_N + c_{10\dots 0}|1\rangle_1|0\rangle_2\dots|0\rangle_N + \dots c_{11\dots 1}|1\rangle_1|1\rangle_2\dots|1\rangle_N$$

Minden qubitet egyenként is kell címezni azaz alkalmas $|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$ állapotba vinni (valójában néhány speciális a és b elegendő), majd *méréssel* az állapotot megállapítani

Legalább egy olyan *kétqubites* művelet is szükséges (de elegendő is), ahol az i -edik qubit állapotától függően a k -adik állapota vagy változik, vagy nem tehát megfelelő csatolás kell $\forall i, k$ qubit között.

A szuperpozíciót tartósan és *fázishelyesen* fenn kell tartani a műveletek idejére!

October 10 2012



Same lab room,
46 years earlier...



October 1966 (after Kastler's Nobel Prize announcement)

F.Laloë

*C.Cohen-Tannoudji,
Nobel 1997*

*A.Kastler,
Nobel 1966*

S.H

*A.Omont
J.Brossel*

*„Részecske vagyok vagy hullám,
Élek-e vagy ez a hullám?”*

*Megmondanám, hogyan tudnám,
De mindent én sem tudhatok!”*



Particle
Wave
Duality

Részecske
hullám
dualitás